

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
ШЫҒЫС ҚАЗАҚСТАН ГУМАНИТАРЛЫҚ КОЛЛЕДЖІ



Санау жүйелері

Система счисления

Number system

Касенова А.А.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
ШЫҒЫС ҚАЗАҚСТАН ГУМАНИТАРЛЫҚ КОЛЛЕДЖІ

Санау жүйелері
Система счисления
Number system

Касенова А.А.

Өскемен, 2018ж

ӘОЖ 004.6 (075.32)

КБЖ 73Я7

К21

Шығыс Қазақстан гуманитарлық колледжінің ғылыми-әдістемелік кеңесі отырысында қарастырылды және мақұлданды.

Хаттама №3 11.12. 2018 ж.

Ғылыми-әдістемелік кеңесінің төрайымы _____Ж.Слямбекова

Пікір жазған: А.Асқарқызы - ШҚГК информатика және арнайы пәндер оқытушысы

«Санау жүйелері» әдістемелік құралы /А.А.Касенова Өскемен, 2018. 61б.

Ұсынылып отырған әдістемелік құрал Шығыс Қазақстан гуманитарлық колледжінің 0111000 «Негізгі орта білім беру» мамандығы, біліктілігі 0111093 «Информатика пәні мұғалімінің» білім алушыларына арналған.

Бұл құралда санау жүйесінің барлық түрлері қамтылып, сәйкесінше әр санау жүйесінің қысқаша түсіндірмесі, сол бойынша тест және әр түрлі тапсырмалар мен сөздік 3 тілде (қазақша, орысша, ағылшынша) көрсетілген.

© Касенова А.А., 2018 ж.

© ШҚГК, 2018 ж.

МАЗМҰНЫ:

1. ЕКІЛІК САНАУ ЖҮЙЕСІ	6
2. СЕГІЗДІК САНАУ ЖҮЙЕСІ	11
3. ОНДЫҚ САНАУ ЖҮЙЕСІ	15
4. ОНАЛТЫЛЫҚ САНАУ ЖҮЙЕСІ	19

СОДЕРЖАНИЕ:

5. ДВОИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ	23
6. ВОСЬМЕРИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ	28
7. ДЕСЯТИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ	34
8. ШЕСТНАДЦАТЕРИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ	38

CONTENT:

9. BINARY NUMERAL SYSTEM	42
10. OCTAL NUMERAL SYSTEM	47
11. DECIMAL NUMERAL SYSTEM	53
12. HEXADECIMAL NUMERAL SYSTEM	57
13. ПАЙДАЛАНҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ	61

Санау жүйесі

Екілік санау жүйесі

Екілік санау жүйесін компьютерлік техникада қолданған ыңғайлы, себебі: оны электроникада (микросхемада және жартылай өткізгішті транзисторларда) жүзеге асыру оңай және ол үшін тек екі тұрақты қалып керек (0 және 1).

Екілік санау жүйесінде екі цифр қолданылады: 0 және 1 (binary digits). binary digits ағылшын сөзінің қысқаруы бит терминнің пайда болуына алып келді.

Екілік санау жүйесінің артықшылықтары:

Нақты құрылғыларда қандай да бір физикалық құбылыстың қатысуымен немесе қатысуынсыз іске асуы мүмкін. Мысалы: электр зарядының бар не жоғы, ток бар ма, жоқ па, қақтығыс бар ма, жоқ па, жарық түсіреді ма әлде жоқ па, магниттелген ба әлде магниттелмеген ба және т.б.



- Ақпаратты екі қалыппен сипаттау оңай әрі, сенімді.
- Қарапайым екілік арифметика
- Ақпаратты логикалық түрлендіруде буль алгебрасын пайдалану мүмкіндігі

Екілік санау жүйесінде цифрдің мәні оның позициясымен анықталады. Екілік санға сәйкес келетін ондық сандарды табу үшін, оның қай позицияларына бірлер орналасқанын анықтап, оларды екінің сәйкес дәрежесіне көбейтіп қосса жеткілікті. Екілік санау жүйесінде солға қарай бір позиция жылжу барысында санның мәні екі есе үлкейді. Мысалы, 1110000 екілік санындағы бірлердің позициясына сәйкес келетін екінің дәрежелері келесідей: 128, 64, 32 және 16. Осы сандарды қоса отырып, ондық санау жүйесіндегі 240 мәнін аламыз.

Бір екілік разряд бит деп аталады, 8 бит 1 байтты құрайды. Екілік санау жүйесіндегі 8 бірлік, бұл бір байтпен өрнектеуге болатын ең үлкен ондық сан, яғни жазбада көрсетілгендей, бұл ондық санау жүйесіндегі 255 саны.

Төменде екілік санау жүйесіндегі санның кеңейтілген түрдегі жазылу формасын қарастырсақ:

$$01101101_2 = 0 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 109_{10}$$

разрядтар мен екінің дәрежелерінің арасындағы тәуелділікті айқын көреміз.

Екілік санау жүйесінің басты кемшілігі – сандарды жазу кезінде разрядтар санының тез өсуі. Соған қарамастан Екілік санау жүйесін пайдалану сандық құрылғыларды жобалаудың ыңғалы құралы болып табылады. Мысалы, реле, триггерлерді және т.с.с. Екілік санау жүйесімен қатар, сегіздік және оналтылық санау жүйелері пайдаланылады. Осы екі санау жүйелерінің және екілік санау жүйесінің арасында санды бір жүйеден басқаға ауыстыруды жеңілдететін қарапайым байланыс бар.

Екілік санау жүйесіндегі арифметикалық амалдардың орындалуы санау жүйесіндегі ережелерге сай жүргізіледі. Екілік санау жүйесіндегі қосу амалының орындалуы:

$0 + 0 = 0$	$0 + 1 = 1$
$1 + 0 = 1$	$1 + 1 = 10$ (үлкен разрядқа көшу)

Екілік санау жүйесіндегі сандар үшін көбейту кестесі:

$0 * 0 = 0$	$0 * 1 = 0$	$1 * 0 = 0$	$1 * 1 = 1$
-------------	-------------	-------------	-------------

Екі санды қосу мысалы:

$$11110_2 + 01101_2 = 101011_2$$

Немесе оны ондық жүйеде

Екілік санау жүйесінде қосу (қызыл және көк түспен көрсетілген үлкен разрядқа тасымалданған бірліктер)	Ондық жүйеде көрсетілген
$ \begin{array}{r} 11 \\ 11110 \\ + 01101 \\ \hline 101011 \end{array} $ $0+1=1$ $1+0=1$ $1+1=2=2+0$ $1+1+1=3=2+1$	$ \begin{array}{r} 30 \\ + 13 \\ \hline 43 \end{array} $
$30_{10} + 13_{10} = 43_{10}$	

Амалдардың дұрыс орындалғанын тексеру үшін ондық жүйеде қосамыз. Ол үшін екілік санау жүйесіндегі сандарды ондық жүйеге ауыстырып, қосу амалын орындаймыз.

$$11110_2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 30_{10}$$

$$1101_2 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 13_{10}$$

$$30_{10} + 13_{10} = 43_{10}$$

Екілік санау жүйесінде азайту амалын қарастырайық. Ол үшін бір разрядты екілік сандарды азайту кестесі жатыр. Кіші саннан (0) үлкен санды (1) азайту барысында үлкен разрядтан қарыз алады:

$$0 - 0 = 0,$$

$$0 - 1 = \bar{1}1,$$

$$1 - 0 = 1,$$

$$1 - 1 = 0.$$

Келесі Екілік санау жүйесіндегі сандарды айырмасын қарастырамыз:

101011_2 және 11110_2

$$\begin{array}{r} 101011 \\ - 11110 \\ \hline 01101 \end{array}$$

Бөлшек сандарын айырмасы келесідей орындалады:

$$\begin{array}{r} 10111001,1 \\ - 10001101,1 \\ \hline 00101100,0 \end{array}$$

1 – жаттығу

Дұрыс немес бұрыс дауапты таңдаңыз

Дұрыс Бұрыс

Екілік санау жүйесінде қолданылатын сандар: 0 және 1		
Binary digits ағылшын сөзінің қысқаруын бит термині пайда болды		
Екілік санау жүйесі позициялық емес санау жүйесіне		

жатады		
Екілік санау жүйесінің ең негізгі кемшілігі – разрядтардың санының тез өсуі		
Екілік санау жүйесінде арифметикалық амалдардың орындалуы ондық санау жүйесінен өзгеше		

2 – жаттығу

Бос жерлерге керекті сөздерді қойып, толтырыңыз

_____ санау жүйесі – негізі 2 болып табылатын позициялық санау жүйесі.

_____ екілік санау жүйесіндегі ең кіші ақпараттың өлшем бірлігі.

_____ бұл 8 битке тең сандық ақпаратты сақтау және өңдеу бірлігі.

_____ алфавит символдары.

_____ символдардың (цифрлар) және оларды сандарды бейнелеуде пайдалануының ережелерінің жиынын айтамыз.

Керекті сөздер: Байт, екілік, санау жүйесі, бит, цифрлар

Тест

1. Екілік санау жүйесінің негізі:

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

2. 100_2 саны қай санау жүйесіне жатпайды:

- A. Екілік
- B. Сегіздік
- C. Ондық
- D. Оналтылық

3. Екілік санау жүйесіндегі 1011101 санын ондық жүйеге ауыстырыңыз:

- A. 90
- B. 93
- C. 102

D. 63

4. $11110_2 + 01101_2$ қосындысын табыңыз:

A. 11101_2

B. 11011_2

C. 11000_2

D. 101011_2

5. Екілік санау жүйесінде есептеңіз: $101112 - 10012$

A. 1002

B. 1110

C. 1100

D. 10111

Сөздік

Байт – бұл 8 битке тең сандық ақпаратты сақтау және өңдеу бірлігі

Бит – екілік санау жүйесіндегі ең кіші ақпараттың өлшем бірлігі

Екілік санау жүйесі – негізі 2 болып табылатын позициялық санау жүйесі

Ондық санау жүйесі – негізі 2 болып табылатын позициялық санау жүйесі

Разряд – сандағы цифр позициясы

Санау жүйесі – символдардың (цифрлар) және оларды сандарды бейнелеуде пайдалануының ережелерінің жиынын айтамыз.

Сегіздік санау жүйесі

Сегіздік санау жүйесінің әліпбиі келесі 0,1,2,3,4,5,6,7 цифрлардан құралады. Сәйкесінше санау жүйесінің негізі – 8. Сегіздік жүйеде барлық негізгі арифметикалық операциялар өзімізге белгілі ондық жүйесі ержелерімен бірдей орындалады. Программалаудың түрлі тілдерінде сегіздік санның жазбасы 0-ден басталады, мысалы, екілік жүйедегі 101_2 жазбасы сегіздік жүйеде 5_8 санын көрсетеді.

Ондық санау жүйесіндегідей ең кіші разрядта көрсетілген 1 цифрі келесі разрядта 8 санын, келесіде 64 және т.с.с. Сегіздік санау жүйесіндегі 100 саны ондық санау жүйесінде 64 санына тең. Кез келген сегіздік санды екілік санау жүйесіне ауыстыру үшін, осы сегіздік санның құрамындағы әрбір цифрды оған эквивалентті екілік триадамен (цифрлердің үштігімен) ауыстыру қажет.

Көпразрядты екілік санды сегіздікке ауыстыру барысында ол екілік санды оңнан солға қарай триадаларға бөліп, әрбір триаданы сәйкесінше сегіздік цифрмен ауыстырамыз. Бұл жүйедегі сандар екілік жүйемен салыстырғанда 3 есе аз разряд қолданылады. ($8=2^3$ екені белгілі).

Сегіздік санау жүйесі цифрлік құрылғылармен байланысты салаларда пайдаланады. Бұл санау жүйесінің басты артықшылығы сегіздік сандардың екілік сандарға және керісінше жеңіл ауыстырылуы. Ертеректе программалауда және компьютерлік құжаттамаларды кеңінен қолданылған, бірақ қазіргі уақытта оналтылық санау жүйесімен толық ығыстырылып тасталған.

Сегіздік санау жүйесіндегі қосу амалының кестесі:

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

Келесі сандардың қосындысын табыңыздар: $6354_8 + 705_8$

$$\begin{array}{r}
 6354_8 \\
 + 705_8 \\
 \hline
 \end{array}$$

$4+5=9=1 \cdot 8+1$
 $5+0+1=6$
 $3+7=10=1 \cdot 8+2$
 $6+1=7$

Сегіздік санау жүйесіндегі азайту амалы ондық санау жүйесіндегі сандарды азайтуға ұқсас.

Келесі сандарды азайту амалын орындаңыз $6354_8 - 705_8$

$$\begin{array}{r}
 6354 \\
 - 705 \\
 \hline
 \end{array}$$

$4-5$ (borrow 1 from 5) → $14-5=9$
 $5-0-1=4$
 $3-7$ (borrow 1 from 6) → $13-7=6$
 $6-1=5$

Сегіздік санау жүйесіндегі көбейту кестесі

x	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

Сегіздік сандарды екілік сандарға ауыстыру кестесі

0_8	$= 000_2$
1_8	$= 001_2$
2_8	$= 010_2$
3_8	$= 011_2$
4_8	$= 100_2$
5_8	$= 101_2$
6_8	$= 110_2$
7_8	$= 111_2$

Сегіздік санау жүйесіндегі сандарды екілік санау жүйесіне ауыстыру үшін олардың әрбір цифрын екілік сандардың триплеттерімен алмастырамыз. Мысалы, $2541_8 = [2_8 | 5_8 | 4_8 | 1_8] = [010_2 | 101_2 | 100_2 | 001_2] = 010101100001_2$

Программалауда сегіздік сандарды айқын көрсету үшін 0 префиксі қолданылады.

Сегіздік сандарды ондық сандарға ауыстыру үшін оны көпмүшелік түрінде жазып аламыз, ол көпмүшелік санның цифрларын сегіздің сәйкес дәрежелеріне көбейтуден тұрады.

$$X_8 = A_n \cdot 8^{n-1} + A_{n-1} \cdot 8^{n-2} + A_{n-2} \cdot 8^{n-3} + \dots + A_2 \cdot 8^1 + A_1 \cdot 8^0$$

Сандарды бір санау жүйесінен екіншісіне түрлендіру барысында келесі сегіздің дәрежелерін пайдаланған ыңғайлы:

8 санының дәрежелері

n (дәреже)	0	1	2	3	4	5	6
8^n	1	8	64	512	4096	32768	262144

Мысалы. Сегіздік санау жүйеде берілген 75013_8 санын ондық санау жүйесіне ауыстыру керек, ол үшін келесі формуланы қолданамыз.

Мәтін. Сан 5 разрядтан тұрады, сондықтан ондық есептеу жүйесіне аудару үшін оннан солға қарай 8 санының 5 дәрежесін жазамыз (0-ден 4-ке дейін):

$$8^4 \quad 8^3 \quad 8^2 \quad 8^1 \quad 8^0$$

$$4096 \quad 512 \quad 64 \quad 8 \quad 1$$

Дәрежелердің астына солдан оңға қарай сегіздік санның цифрларын жазамыз:

$$4096 \quad 512 \quad 64 \quad 8 \quad 1$$

$$7 \quad 5 \quad 0 \quad 1 \quad 3$$

Енді әрбір цифрды оған сәйкес келетін сегіздік дәрежесіне көбейтеміз де, көбейтіндінің қосындысын табамыз:

$$75013_8 = 7 \cdot 8^4 + 5 \cdot 8^3 + 0 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = 31243_{10}$$

1-жаттығу

Дұрыс немесе бұрыс жауапты таңдаңыз

Сөйлемдер	Дұрыс	Бұрыс
Сегіздік санау жүйесіндегі барлық негізгі арифметикалық операциялар, ондық санау жүйесінің ережесіне ұқсас		

орындалады.		
Сандар осы жүйеде екілік жүйемен салыстырғанда 3 есе аз разряд пайдаланады.		
Мынау теңдік $7_8=110_2$		
128 саны сегіздік есептеу жүйесінде жазылған.		
Келесі арифметикалық операция сегіздік санау жүйесінде орындалады: $4*2=10$		

2-жаттығу

Бос орынды толтыр.

Цифрдың _____ – ол санның разряды.

_____ – бұл санау жүйесінің негізі.

_____ (number(numeration) system, notation) – сандарды жазып бейнелеу тәсілдері.

_____ санау жүйесінің әліпбиі – ол реттелген құрамды келесі сандар 0,1,2,3,4,5,6,7

Әліпбилер қуаты (мощность) – қолданылатын _____ саны.

Сөздік

Санау жүйесінің негізі – бұл сандарды жазып алуға қолданылатын цифрларын саны.

Разряд – сандардағы цифрлардың орны.

Санау жүйесі – арнайы белгілер көмегімен сандарды жазу тәсілі.

Сегіздік санау жүйесі – 8 негізінде позициялық жүйеде санау.

Триплет немесе триада – екілік санның үш разряды. Санды екілік жүйеден сегіздік жүйеге аудару кезінде екілік сан кіші разрядтан бастап триадаларға бөлінеді.

Префикс – жолдың басын білдіретін символ. Программалауда сегіздік сандарды жазу кезінде 0 префиксі қолданылады.

Санаудың ондық жүйесі

Біз күнделікті ондық санау жүйесін қолданамыз. Ол Үнді елінде б.з.д. VI ғасырда пайда болып, содан бізге жеткен. Үнді жерінде V ғасырларда пайда бола бастаған десе де, ондық санау жүйесін арабтық деп санау келісілген.

Үнді жазу жүйесін кең таратқан ғұлама, «Китаб аль-джебра-ль-мукабала» атты шығарманың авторы Аль-Хорезми, кейіннен «алгебра» термині сол еңбегінің атынан шыққан. Соның арқасында позициялық санау санау жүйесі күллі халифатта кеңінен таралды. Араб цифрі еуропалықтарға X ғасырда жетті. Дегенмен, ондық санау жүйесі ғылымда тек XVI ғасырда кең қолданыла бастады. Бұл санау жүйесі кез келген арифметикалық амалдарды оп-оңай орындауға, ең үлкен сандарды жазуға мүмкіндік береді. Араб жүйесінің кеңінен таралуы математиканың өркендеуіне күшті әсерін тигізді.

Үш санды қарастырайық: 153,531,315. Олардың құрамы бірдей сандардан тұрса да, әр түрлі сандарды көрсетеді. Санның орналасқан орнына байланысты мағынасы да өзгеріп отырады. Позициялық санау жүйесі деп аталу себебі де сонда. Бірінші сандағы 155 бірлік жай бірлік емес, бұл бірлік жүздікті білдіреді. Бестік ондықты көрсетеді, ал соңғы үштік-үш бірлік. Басқаша 153 санын былай көрсетуге болады:

$$153=100+50+3$$

Немесе

$$153=1*10^2+5*10^1+3*10^0.$$

Қосымша: Кез келген нөлге тең емес санды алайық, мысалы.

$$2^0=1; 10^0=1; 8^0=1$$

$$2^{-1}=0.5; 10^{-2}=0.01; 8^{-1}=0.125$$

Қосынды түрінде жазуға бір санды алайық, мысалы, 3265. Бұл сан 5 бірліктен, 6 ондықтан, 2 жүздіктен және 3 мыңдықтан тұрады. Әр санды оңнан солға қарай, нөлден бастап нөмірлейміз. 5 саны-0 нөмірін, 6 саны-1 нөмірін, 2 саны-2 нөмірін, 3 саны-3 нөмірін алды.

Бұл қойылған нөмірлер келесі формуладағы 10 санының дәрежелерін анықтайды:

$$3265_{10}=3*10^3+2*10^2+6*10^1+5*10^0$$

Ондық санау жүйесінде 10 санының және оның дәрежелері келесідей анықталады: 10, 100, 1000, т.б.

Біз бірінші дәрежедегі 10 санын алдық-ондық жүйенің негізі (10=101).

Сандар екі орынды болды. Ары қарай қарастырайық:

...97,98,99,100,...

100 = 10² - 10 санының *екінші дәрежесі*. Сан үш орынды болды, т.с.с.

Кез-келген **позициялық санау жүйесінің** негізі сол позициялық санау жүйесінде қолданылатын цифралар санына тең.

Ондық санау жүйесінде тура он сан қолданылады. Олар: 0-ден 9-ға дейін. (Сан мен нөмірді шатастырмаңыз!).

Аралас санды жазу үшін, яғни құрамында бүтін де бөлшек те сандар бар, дәрежесі жазылатын санғат 10 қолданылады.

Бөлшек санды жазып көрейік:

Мысалы, 333,3 санын қарастырсақ. 3 саны өзінің тұрған жеріне байланысты әр түрлі мағына беріп тұр. Бірінші тұрған үштік-3 жүздікті, екіншісі- 3 ондықты, үшіншісі- 3 бірлікті, ал соңғы үш – оннан 3 бөлігін көрсетіп тұр.

$$3 \times \frac{1}{10} = 3 \times 10^{-1}$$

Ал 333,3 санының өзі төмендегі жолдың қысқартылып жазылған түрі:

$$333,3 = 300 + 30 + 3 + 0,3 = 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1}$$

Бірақ адамзат тарихында басқа да санау жүйелері пайдаланылады: он екілік (әлі күнге джюиндық деп ойлайды), алпыстық (60 секунд минутына, 60 минут сағатына). ондық санау жүйесі өзінің соншалықты ыңғайлы екенін көрсетті. Мүмкін адамда он саусақ болғандықтан, санау үшін сол он саусағын пайдаланғандықтан шығар.

1- жаттығу

Дұрыс немесе бұрыс жауапты таңдаңыз

Дұрыс Бұрыс

Ондық санау жүйесі Үнді елінен келген.		
Ондық санау жүйесінде бөлшек сандарды жазу үшін 10 санының теріс дәрежесі қолданылмайды.		
Ондық санау жүйесі Үнді елінен келген.		

Жалпы келісілген ондық санау жүйесінің әліпбиі келесі цифрлардан тұрады: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10		
Позициялық санау жүйесінде әр цифрдың мәні оның сан ішіндегі позициясына байланысты өзгеріп отырады.		
Ондық санау жүйесі б.з.д. VI ғасырда пайда болды.		

2-жаттығу

Бос орынды толтыр.

_____ санау жүйесі – бұл 10 негізіндегі позициялық жүйе.

_____ санау жүйесі – бұл әрбір сан орналасқан орнына байланысты өзіндік мағына алатын санау жүйесі.

Ондық санау жүйесі – әліпбиі 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 болатын санау _____.

Позициялық санау жүйесінің негізі – осы санау жүйесінде сандарды бейнелеп жазу үшін қолданылатын _____ саны.

Тест

- Ондық санау жүйесінде қолданылады _____.
 A. 0-ден 9-ға дейінгі сандар
 B. 1-ден 9-ға дейінгі сандар
 C. 1-ден 10-ға дейінгі сандар
 D. 0-ден 8-ға дейінгі сандар
- 5 бірлік, 6 ондық, 3 жүздік және 2 мыңдық мына _____ санды көрсетеді.
 A. 3625
 B. 2653
 C. 2365
 D. 5623
- 365 саны қай санының қысқартылып жазылған түрі ?
 A. $1 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$
 B. $3 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$
 C. $1 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$
 D. $1 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$

4. Түрленіп, кеңейтіліп жазылған сан, $4 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2}$ төмендегі қай санды көрсетеді
- A. 53,487
 - B. 35,784
 - C. 784,35
 - D. 487,53
5. Сегіздік жүйеде жазылған 100 саны, ондық жүйеде тең болады:
- A. 120
 - B. 64
 - C. 210
 - D. 80

Оналтылық санау жүйесі

Позициялық санау жүйеде санау кез келген сан үшін q негізінде келесідей түрде болады.

Мұнда:

$$Aq = \pm(a_{n-1} * q^{n-1} + a_{n-2} * q^{n-2} + \dots + a_0 * q^0 + a_{-1} * q^{-1} + \dots + a_{-m} * q^{-m})$$

A - сан;

q – санау жүйесінің негізі;

a_i – берілген алфавиттің санау жүйесіне тиісті цифрлар;

n – санның бүтін разрядтарының саны;

m – санның бөлшек разрядтарының саны;

q^i – i -нші разрядтің үлесі (салмағы)

Келесі формула кеңейтілген жазылу түрі деп аталады.

$$Aq = \pm(a_{n-1} * q^{n-1} + a_{n-2} * q^{n-2} + \dots + a_0 * q^0 + a_{-1} * q^{-1} + \dots + a_{-m} * q^{-m})$$

Мысалдар:

$$3AF_{16} = 3 * 16^2 + 10 * 16^1 + 15 * 16^0 = 768 + 160 + 15 = 943_{10}.$$

Ондық жүйедегі 154 санын оналтылық жүйеге ауыстырамыз.

$$2012 = 2 * 10^3 + 0 * 10^2 + 1 * 10^1 + 2 * 10^0$$

$$0.125 = 1 * 10^{-1} + 2 * 10^{-2} + 5 * 10^{-3}$$

$$14351.1 = 1 * 10^4 + 4 * 10^3 + 3 * 10^2 + 5 * 10^1 + 1 * 10^0 + 1 * 10^{-1}$$

Оналтылық санау жүйесі 16 негізіндегі позициялық санау жүйесі болып табылады. Әдетте, оналтылық жүйеде 0 мен 9 арасындағы цифрлар мен латынның A-F әріптері қолданылады, яғни бұндағы латын әріптер ондық 10-15 сандарына сәйкес.

Математика санау жүйесінің негізін ондық жүйеде төменгі бөлігінде индекс ретінде көрсетеді. Мысалы, ондық жүйедегі 1443 санын былай жаза аламыз. 1443_{16} немесе $5A3_{16}$.

Оналтылық жүйеден ондық жүйеге аудару

Оналтылық санау жүйесіне ондық санау жүйесіне аудару үшін берілген санды сумма түрінде қойып оналтылық санау жүйесінің негізіне сәйкес келетін сандарды оналтылық жүйесінің дәреже разрядтары түрінде жазамыз.

Мысалы оналтылық 5A3 санын ондық санау жүйесіне ауыстыруды қарастырайық. Бұл санның құрамында 3 цифр бар. Жоғарыда көрсетілген формулаға сай келесі түрде жазылады:

$$5A316 = 3 \cdot 16^0 + 10 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^2 = 3 \cdot 1 + 10 \cdot 16 + 5 \cdot 256 = 3 + 160 + 1280 = 1443_{10}$$

Оналтылық сандарды қосу кестесі

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B

Оналтылық сандарды көбейту кестесі

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
2	0	2	4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E
3	0	3	5	6	C	F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D
4	0	4	8	C	10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C
5	0	5	A	F	14	19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B
6	0	6	C	12	18	1E	24	2A	30	36	3C	42	48	4E	54	5A
7	0	7	E	15	1C	23	2A	31	38	3F	46	4D	54	5B	62	69
8	0	8	10	18	20	28	30	38	40	48	50	58	60	68	70	78
9	0	9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51	5A	63	6C	75	7E	87
A	0	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64	6E	78	82	8C	96

1 жаттығу

Дұрыс немесе бұрыс жауапты таңдаңыз

	Дұрыс	Бұрыс
Оналтылық санау жүйесінің негізі латын әрпімен белгіленеді.		
Математикада санау жүйесінің негізін санның төменгі жағындағы индексі көрсетеді.		
Оналтылық жүйеде екілік жүйеден үш есе көп разряд қолданылады.		
Оналтылық жүйеде 0-9 сандары және латын әріптері A-Z қолданылады.		
Оналтылық санау жүйесінде төмен деңгейлі бағдарламалау мен компьютерлік құжаттамаларда кеңінен қолданылады.		

2 жаттығу

Бос жерлерге керекті сөздерді қойып, толтырыңыз

Оналтылық санау жүйесі — әліпбиі 0-9 цифрлардан және A-F латын әріптерінен тұратын _____ санау жүйесі.

_____ - Си тілінде қолданылады және оналтылық санауда синтаксисті жазу үшін қолданылатын таңба.

Префикс оналтылық жүйені Паскаль және _____ тілдерінде жазу үшін қолданылады.

Санау жүйелері – сандарды өрнектеудің қандайда бір тәсілі және оған сәйкес сандармен әрекет жасау _____.

_____ санау жүйесі – төмен деңгейлі бағдарламалау мен компьютерлік құжаттамалар қолданатын позициялық жүйе.

Керекті сөздер: ережелері, позициялық, оналтылық, префикс, бейсика

Тест

1. Оналтылық жүйедегі 5A3 санының екілік жүйеде көрсетілуі:

- A. 011101010101
- B. 010110100011
- C. 101010101010
- D. 10101

2. Келесі қосындыны есептеңіз: $F_{16} + 6_{16}$

- A. 15_{16}
- B. 21_{16}
- C. 24_{16}
- D. 13_{16}

3. Позициялық жүйеде сандардың кеңейтіліп жазылған формасы:

- A. $Aq = \pm(a_n \times q^n + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_{-m} \times q^{-m})$
- B. $Aq = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \dots + a_{-m} \times q^{-m})$
- C. $Aq = (a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} - \dots - a_0 \times q^0 - a_{-1} \times q^{-1} - \dots - a_{-m} \times q^{-m})$
- D. $Aq = \pm(a_{n-1}/q^{n-1} + a_{n-2}/q^{n-2} + \dots + a_0/q^0 + a_{-1}/q^{-1} + \dots + a_{-m}/q^{-m})$

4. 6112 ондық жүйеден оналтылық жүйеге аудару

- A. A68
- B. 17E0
- C. 76F
- D. B35

5. Келесі қосындыны есептеңіз: $F_{16} + 7_{16} + 3_{16}$

- A. 8F
- B. 9A

C. 19

D. 21

Сөздік

Санау жүйесі – арнайы белгілер көмегімен сандарды жазу тәсілі

Байт – бұл 8 биттен тұратын сандық сөз

Оналтылық санау жүйесі – 16 негізіндегі позициялық жүйеде санау

Система счисления

Двоичная система счисления

Двоичную систему счисления очень удобно использовать в компьютерной технике, так как ее легко реализовать в электронике (полупроводниковые транзисторы и микросхемы) и для неё требуется всего два устойчивых состояния (0 и 1).

В двоичной системе используется две цифры: 0 и 1 (binary digits). Сокращение английского наименования привело к термину бит, т.е. название разряда двоичного числа.

Преимущества двоичной системы счисления, можно перечислить следующим образом:

В реальных устройствах это может быть реализовано присутствием какого – либо физического явления или его отсутствием. Например: есть электрический заряд или его нет, есть напряжение или нет, есть ток или нет, есть сопротивление или нет, отражает свет или нет, намагничено или не намагничено, есть отверстие или нет и т.п.



- Надежность писания информации посредством двух состояний;
- Простая двоичная арифметика.
- Использование булевой алгебры при преобразовании информации путем логических рассуждений.

В двоичной системе счисления значение цифры определяется ее положением относительно других цифр числа, т.е. ее позицией. Чтобы найти десятичное число, соответствующее двоичному числу, достаточно определить, в каких позициях расположены единичные разряды, и сложить их значения. В двоичной системе при перемещении на одну позицию влево значение числа увеличивается вдвое. Так, например, в двоичном числе 11110000 единицы стоят в позициях, представляющих десятичные числа 128, 64, 32 и 16. Складываем эти числа и получаем 240. Один двоичный разряд называется битом, 8 битов составляют байт. Максимальное десятичное

число, которое можно представить одним байтом – это 255 в десятичной системе, или 8 единиц в двоичной системе. Компьютеры оперируют единицами информации, называемыми словами, длина которых в различных машинах составляет от 8 до 60 бит.

Ниже приводится число в двоичной системе счисления, его развернутая форма, и найденный по ней десятичный эквивалент двоичного числа:

$$01101101_2 = 0 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 109_{10}$$

Арифметические действия в данной системе подчинены известным нам правилам в десятичной системе. Вот как выглядит таблица сложения в двоичной системе:

0 + 0 = 0	0 + 1 = 1
1 + 0 = 1	1 + 1 = 10 (перенос в старший разряд)

Таблица умножения для двоичных чисел еще проще:

$$0 \cdot 0 = 0 \quad 0 \cdot 1 = 0 \quad 1 \cdot 0 = 0 \quad 1 \cdot 1 = 1$$

Пример: сложение двух чисел

$$11110_2 + 01101_2 = 101011_2$$

Или в десятичной записи

$$30_{10} + 13_{10} = 43_{10}$$

Сложение в двоичной системе счисления (красным и синим цветами указаны единицы, которые переносятся в старший разряд)	Сложение в десятичной системе счисления
$ \begin{array}{r} 11 \\ + 11110 \\ + 01101 \\ \hline 101011 \end{array} $ $0+1=1$ $1+0=1$ $1+1=2=2+0$ $1+1+1=3=2+1$ $1+0+1=2+0$	$ \begin{array}{r} 30 \\ + 13 \\ \hline 43 \end{array} $

Проверим правильность вычислений сложением в десятичной системе счисления. Переведем двоичные числа в десятичную систему счисления и затем их сложим.

$$11110_2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 30_{10}$$

$$1101_2 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 13_{10}$$

$$30_{10} + 13_{10} = 43_{10}$$

Рассмотрим вычитание двоичных чисел. В его основе лежит таблица вычитания одnorазрядных двоичных чисел. При вычитании из меньшего

числа (0) большего (1) производится заем из старшего разряда. В таблице заем обозначен 1с чертой:

$$\begin{aligned} 0 - 0 &= 0, \\ 0 - 1 &= \bar{1}, \\ 1 - 0 &= 1, \\ 1 - 1 &= 0. \end{aligned}$$

Вычитание многоразрядных двоичных чисел происходит в соответствии с вышеприведенной таблицей вычитания с учетом возможных займов в старших разрядах. В качестве примере произведем вычитание двоичных чисел: 101011_2 и 11110_2

$$\begin{array}{r} 101011 \\ - 11110 \\ \hline 01101 \end{array}$$

а так же рассмотрим вычитание дробных чисел:

$$\begin{array}{r} 10111001,1 \\ - 10001101,1 \\ \hline 00101100,0 \end{array}$$

Самым существенным недостатком двоичной системы счисления является быстрый рост числа разрядов. Несмотря на это, применение двоичной системы является удобным аппаратом для проектирования цифровых устройств, например, реле, триггерные схемы, и т.п. А при использовании десятичного разряда потребовалось бы четыре таких элемента. Кроме двоичной системы счисления в компьютерной технике восьмеричная и шестнадцатеричная с основанием соответственно 8 и 16.

Упражнение 1

Укажите правильный или неправильный ответ

	Правильно	Неправильно
В двоичной системе используется три цифры: 0 и 1,2		
Сокращение английского binary digits		

привело к термину бит		
Двоичная система относится к непозиционным системам счисления		
Быстрый рост числа разрядов является самым существенным недостатком двоичной системы счисления		
Правила выполнения арифметических операций в двоичной системе отличаются от правил десятичной системы		

Упражнение 2

Дополните предложения, перетаскивая слова из ячеек

_____ система счисления – это позиционная система с основанием 2.

_____ минимальная единица информации в двоичной системе счисления.

_____ это единица хранения и обработки числовой информации равное 8 бит.

_____ это символы алфавита.

_____ способ записи чисел.

_____ системе счисления – это система счисления, в которой значение каждого числового знака в записи числа зависит от его позиции.

Необходимые слова: байт, двоичная, система счисления, бит, цифры, позиционная.

Тест

1. Основание двоичной системы:

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

2. Число 100_2 может принадлежать перечисленным позиционным системам счисления кроме:

- A. Двоичной

- В. Восьмеричной
- С. Десятичной
- Д. Шестнадцатеричной

3. Выберите запись двоичного числа 1011101 в десятичной системе счисления

- А. 90
- В. 93
- С. 102
- Д. 63

4. Вычислите следующих чисел $11110_2 + 01101_2$

- А. 11101_2
- В. 11011_2
- С. 11000_2
- Д. 101011_2

5. Вычислите разность следующих чисел $101112 - 10012$

- А. 1002
- В. 1110
- С. 1100
- Д. 10111

Глоссарий

Разряд – это позиция цифры в числе

Система счисления – способ записи чисел с помощью заданного набора специальных знаков (цифр)

Двоичная система счисления – это позиционная система с основанием 2.

Десятичная система счисления - это позиционная система с основанием 10.

Бит – минимальная единица информации в двоичной системе счисления.

Байт – это единица хранения и обработки числовой информации равное 8 бит.

Восьмеричная система счисления

В восьмеричной системе счисления алфавит состоит из следующих цифр 0,1,3,4,5,6,7. Соответственно основание системы счисления -8. Все основные арифметические операции в восьмеричной системе, выполняются аналогично общеизвестной десятичной системе счисления. В различных языках программирования запись восьмеричных чисел начинается с 0, например, запись в двоичной 101_2 в восьмеричной системе будет означать число 5_8 .

Цифра 1, указанная в самом младшем разряде, означает –как и в десятичном числе –просто единицу. Та же цифра 1 в следующем разряде означает 8, в следующем 64 и т.д. Число 100 (восьмеричное) есть не что иное, как, 64 (десятичное). Чтобы перевести в двоичную систему, например, число 611 (восьмеричное), надо заменить каждую цифру эквивалентной ей двоичной триадой (тройкой цифр). Легко догадаться, что для перевода многозначного двоичного числа в восьмеричную систему нужно разбить его на триады справа налево и заменить каждую триаду соответствующей восьмеричной цифрой.

Числа в этой системе используют в три раза меньше разрядов, чем в двоичной системе (ведь число $8=2^3$).

Восьмеричная система часто используется в областях, связанных с цифровыми устройствами. Характеризуется легким переводом восьмеричных чисел в двоичные и обратно, путем замены восьмеричных чисел на триплеты двоичных. Ранее широко использовалась в программировании и вообще компьютерной документации, однако в настоящее время почти полностью вытеснена шестнадцатеричной системой счисления.

Таблица сложения в восьмеричной системе счисления:

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

Выполните сложение чисел $6354_8 + 705_8$:

$$\begin{array}{r}
 6 \ 3 \ 5 \ 4_8 \\
 + \ 7 \ 0 \ 5_8 \\
 \hline
 1 \ 1 \ 1 \\
 7 \ 2 \ 6 \ 1_8
 \end{array}$$

$4+5=9=1 \cdot 8+1$
 $5+0+1=6$
 $3+7=10=1 \cdot 8+2$
 $6+1=7$

Ответ: 7261_8

Вычитание в восьмеричной системе счисления

Выполните вычитание $6354_8 + 705_8$

$$\begin{array}{r}
 6 \ 3 \ 5 \ 4 \\
 - \ 7 \ 0 \ 5 \\
 \hline
 1 \ 1 \\
 5 \ 4 \ 4 \ 7
 \end{array}$$

$4 < 5$, занимаем 1 в предыдущем разряде
 $8+4-5=12-5=7$
 От 5 осталось $5-1=4$, $4-0=4$
 $3 < 7$, занимаем 1 в предыдущем разряде
 $8+3-7=11-7=4$
 $6-1=5$

Ответ: 5447_8

Таблица умножения в восьмеричной системе счисления

x	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

Таблица перевода восьмеричных чисел в двоичные

$$0_8 = 000_2$$

$$1_8 = 001_2$$

$$2_8 = 010_2$$

$$3_8 = 011_2$$

$$4_8 = 100_2$$

$$5_8 = 101_2$$

$$6_8 = 110_2$$

$$7_8 = 111_2$$

Для перевода восьмеричного числа в двоичное необходимо заменить каждую цифру восьмеричного числа на триплет двоичных цифр.

Например: $2541_8 = [2_8 | 5_8 | 4_8 | 1_8] = [010_2 | 101_2 | 100_2 | 001_2] = 010101100001_2$

В программировании для явного указания восьмеричного числа используется префикс 0 (ноль). Например: 022.

Для перевода восьмеричного числа в десятичное необходимо его записать в виде многочлена, состоящего из произведений цифр числа и соответствующей

При переводе удобно пользоваться таблицей степеней восьмерки:

Таблица. Степени числа 8

n (степень)	0	1	2	3	4	5	6
8^n	1	8	64	512	4096	32768	262144

Пример:

Перевести число 75013_8 из восьмеричной в десятичную систему счисления.

Число состоит из 5 разрядов, поэтому для перевода в десятичную систему счисления запишем справа налево 5 степеней числа 8 (от 0 до 4):

$$8^4 \quad 8^3 \quad 8^2 \quad 8^1 \quad 8^0$$

$$4096 \quad 512 \quad 64 \quad 8 \quad 1$$

Под степенями запишем слева направо цифры восьмеричного числа:

$$4096 \quad 512 \quad 64 \quad 8 \quad 1$$

$$7 \quad 5 \quad 0 \quad 1 \quad 3$$

Теперь умножим каждую цифру на соответствующую ей степень восьмерки и найдем сумму произведений:

$$75013_8 = 7 \cdot 8^4 + 5 \cdot 8^3 + 0 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = 31243_{10}$$

Упражнение 1

Укажите правильный или неправильный ответ

	Правильно	Неправильно
Все основные арифметические операции в восьмеричной системе, выполняются аналогично общеизвестной десятичной системе счисления.		

Числа в этой системе используют три раза меньше разрядов, чем в двоичной системе.		
$7_8 = 110_2$		
Число 128 записано в восьмеричной системе счисления.		
Следующая арифметическая операция выполнена в 8-ной системе счисления: $4 * 2 = 10$.		

Упражнение 2

Дополните предложения, перетаскив слова из ячеек

_____ - это разряд числа.

_____ системы счисления - это алфавит.

_____ - это способ отображения чисел и правила действий над ними.

_____ система счисления – это позиционная система счисления с основанием 8.

_____ восьмеричной системы счисления – это упорядоченная совокупность из следующих цифр 0,1,2,3,4,5,6,7.

Мощность алфавита – это _____ цифр в нем.

Практическое задание

1. Выполните сложение чисел 2563_8 и 4731_8 в восьмеричной системе счисления.

$$\begin{array}{r}
 2563_8 \\
 + 4731_8 \\
 \hline
 \end{array}$$

$3 + 1 = 4$
 $6 + 3 = 9 = 1 \cdot 8 + 1$
 $5 + 7 + 1 = 13 = 1 \cdot 8 + 5$

7514_8

2. Выполните вычитание чисел 7154_8 и 633_8 в восьмеричной системе счисления.

$$\begin{array}{r}
 7154_8 \\
 - 633_8 \\
 \hline
 \end{array}$$

$4 - 3 = 1$
 $5 - 3 = 2$
 $8 + 1 - 6 = 3$ (Заемали 1 в предыдущем разряде)
 $7 - 1 = 6$

Результат: 6321_8

3. Выполните умножение чисел 256_8 и 134_8 в восьмеричной системе счисления. Для этого можно воспользоваться таблицей умножения восьмеричных чисел:

x	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

- 1) Запишем числа и столбиком, одно под другим.
- 2) Умножим последовательно все разряды числа 256_8 на младший разряд числа 134_8 , т.е. на число 4, записывая результат внизу, под сомножителями, начиная с младших разрядов и с учетом значения переноса с предыдущего разряда.
- 3) Таким же образом умножим последовательно все разряды числа 256_8 на следующий разряд числа 134_8 , записывая результат внизу, под сомножителями, со сдвигом на один разряд влево и с учетом значения переноса с предыдущего разряда и т.д.
- 4) Сложим полученные восьмеричные числа.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 256_8 \\
 * 134_8 \\
 \hline
 1270 \\
 + 1012 \\
 + 256 \\
 \hline
 37210_8
 \end{array}
 \end{array}$$

1270+1012+256= 37210₈

Результат: 37210₈

Тест

1. В какой системе счисления может быть записано число 302?

- A. В двоичной и восьмеричной
- B. В восьмеричной и десятичной
- C. В троичной
- D. В двоичной

2. Чему равна сумма десятичных чисел 7 и 3 в восьмеричной системе счисления:

- A. 12
- B. 14

C. 10

D. 11

3. Как записывается десятичное число 64 в восьмеричной системе счисления

A. 120

B. 100

C. 210

D. 80

4. Какое минимальное основание должна иметь система счисления, если в ней можно записать числа 423,231,112,341

A. 5

B. 8

C. 3

D. 4

5. Результат вычитания: $22_8 - 3_8$

A. 18

B. 16

C. 17

D. 13

Глосарий

Восьмеричная система счисления — это позиционная система счисления с основанием 8.

Основание системы счисления — это количество знаков, которое используется для записи цифр.

Префикс — символ, обозначающий начало строки. В программировании при записи восьмеричных чисел используется префикс 0.

Разряд — это позиция цифры в числе.

Система счисления — способ записи чисел с помощью заданного набора специальных знаков.

Триплет или триада — три разряда двоичного числа. При переводе числа из двоичной системы в восьмеричную, двоичное число разбивается на триады, начиная с младшего разряда.

Десятичная система счисления

Мы с вами пользуемся десятичной системой счисления. Она пришла из Индии, где появилась не позднее VI в. н.э.

Рассмотрим три числа: 153, 531, 315. Они различны, хотя в них участвуют одни и те же цифры. Различаются же записи расположением цифр, - иными словами, тем, какую позицию занимает та или иная цифра. Отсюда и пошло название такой системы - **позиционная система**.

В первом числе 153 единица – это не просто единица, а одна сотня. Пятерка соответственно умножается на десять, а вот тройка и есть. Иными словами, число 153 можно записать в виде:

$$153 = 100 + 50 + 3.$$

Или

$$153 = 1 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 3 \times 10^0.$$

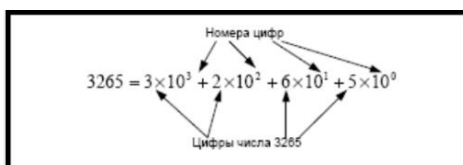
Для справки: возьмем любое, не равное нулю число, например:

$$2^0 = 1; 10^0 = 1; 8^0 = 1.$$

$$2^1 = 0,5; 10^2 = 0,01; 8^1 = 0,125.$$

Запишем в виде суммы еще одно число, например 3265, и рассмотрим его внимательно. В числе 3265 имеются 5 единиц, 6 десятков, 2 сотни и 3 тысячи. Каждую цифру в числе пронумеруем справа налево, начиная нумерацию с нуля. Цифра 5 получит номер 0, цифра 6 - номер 1, 2 - номер 2, 3 - номер 3.

Эти номера являются показателями степеней числа 10 в следующей записи:



Очевидно, что в десятичной системе число 10 и его степени: 10, 100, 1000, и т.д. играют особую роль. Как выглядит счет в десятичной системе?

$$0, 1, 2, 3, \dots, 9, 10, \dots$$

Обратите внимание: как только нам не хватило цифры, появилась единица в старшем разряде - разряде десятков - и ноль в младшем.

Мы получили первую степень числа 10 - основания десятичной системы. Числа стали состоять из двух цифр. Считая дальше, действуем аналогично:

...97,98,99,100,...

$100=10^2$ -вторая степень числа 10. Числа стали трехзначными. И так далее.

Основа позиционной системы счисления - это количество различных знаков или символов, которые используются в этой системе для изображения цифр.

В десятичной системе счисления основание равно 10, т.е. в ней используются десять цифр от 0 до 9. Выбор числа 10 в качестве основания позиционной системы в значительной мере объясняется традицией, а не какими-то замечательными свойствами числа 10.

Чтобы записать смешанное число, то есть число, состоящее из целой и дробной частей, используются отрицательные степени числа 10.

Рассмотрим, например, число 333,3. Цифра 3 несет разную нагрузку в зависимости от места своего положения. Первая тройка означает 3 сотни, вторая - 3 десятка, третья - 3 единицы, последняя - 3 десятых долей единицы, т.д.

А само число 333,3 является сокращенной записью следующего выражения: $333,3 = 300 + 30 + 3 + 0,3 = 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1}$

В общепринятой десятичной системе счисления используется всего десять цифр: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9. Но в истории человечества существовали и другие системы: двенадцатеричная, шестидесятеричная. Победила десятичная. Может быть, потому, что у человека десять пальцев, которые он использовал для счета.

Например, в восьмеричной системе особую роль будут играть степени числа 8, в двоичной - степени числа 2. Ют как именно они будут являться основаниями этих систем счисления.

Упражнение 1

Укажите правильный или неправильный ответ

	Правильно	Неправильно
Десятичная система счисления пришла из Индии.		
Для записи дробных чисел в десятичной системе, не используются отрицательные степени 10.		
В общепринятой десятичной системе счисления		

используются цифры: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10.		
В позиционных системах счисления вес каждой цифры меняется в зависимости от ее позиции в записи числа.		
Десятичная система счисления появилась не позднее VI в.н.э.		

Упражнение2

Дополните предложения, перетаскив слова из ячеек.

_____ система счисления – это позиционная система с основанием 10.

_____ система счисления –это система счисления, в которой при записи числа каждая цифра имеет позицию

_____ система счисления –это система счисления, в которой при записи числа цифры не имеют позицию, а число образуется при сложении и вычитании значений специальных знаков.

Десятичная система счисления-связывают со счетом на пальцах рук и появилась это система в _____.

_____ системы счисления-это количество знаков используемых в данной системе счисления.

Тест

1. В десятичной системе используются цифры _____

- A. От 0 до 9
- B. От 1 до 9
- C. От 1 до 19
- D. От 0 до 8

2. 5 единиц, 6 десятков, 3 сотни и 2 тысячи имеются в числе _____

- A. 3625
- B. 2653
- C. 2365
- D. 5623

3. Число 365 является сокращенной записью следующего выражения:

- A. $1 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 3 \times 10$
- B. $3 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 5 \times 10$

C. $6 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 3 \times 10$

D. $5 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 3 \times 10$

4. Заданная развернутая форма: $4 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-2}$ равняется:

A. 53,435

B. 35,784

C. 784,35

D. 487,53

5. Число 100, записанное в восьмеричной системе счисления, в десятичной системе будет равно:

A. 120

B. 64

C. 210

D. 80

Глосарий

Десятичная система счисления- это позиционная система счисления с основанием 10.

Основание позиционной системы счисления- это количество различных знаков или символов, которые используются в этой системе для изображения цифр.

Позиционная система счисления– это система счисления, в которой при записи числа каждая цифра имеет позицию.

Смешанное число- число, состоящее из целой и дробной частей.

Шестнадцатеричная система счисления

Основная формула

В позиционной системе счисления с основанием q любое число может быть представлено в виде:

$$Aq = \pm(a_{n-1} * q^{n-1} + a_{n-2} * q^{n-2} + \dots + a_0 * q^0 + a_{-1} * q^{-1} + \dots + a_{-m} * q^{-m})$$

Здесь:

A - число;

q – основание системы счисления;

a_i – цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления;

n – количество целых разрядов числа;

m – количество дробных разрядов числа;

q^i – вес i -го разряда

Такая запись числа называется развернутой формой записи

Развернутая форма записи:

$$Aq = \pm(a_{n-1} * q^{n-1} + a_{n-2} * q^{n-2} + \dots + a_0 * q^0 + a_{-1} * q^{-1} + \dots + a_{-m} * q^{-m})$$

Примеры записи в развернутой форме:

Основание: $q = 16$.

Алфавит: 0.1.2.3.4.5.6.7.8.9.A.B.C.E.D.F

$$3AF_{16} = 3 * 16^2 + 10 * 16^1 + 15 * 16^0 = 768 + 160 + 15 = 943_{10}.$$

Переведем десятичное число 154 в шестнадцатеричную систему счисления

$$2012 = 2 * 10^3 + 0 * 10^2 + 1 * 10^1 + 2 * 10^0$$

$$0.125 = 1 * 10^{-1} + 2 * 10^{-2} + 5 * 10^{-3}$$

$$14351.1 = 1 * 10^4 + 4 * 10^3 + 3 * 10^2 + 5 * 10^1 + 1 * 10^0 + 1 * 10^{-1}$$

Шестнадцатеричная система счисления (шестнадцатеричные числа) – позиционная система счисления по целочисленному основанию 16.

Обычно в качестве шестнадцатеричных цифр используются десятичные цифры от 0 до 9 и латинские буквы от A до F.

Перевод чисел из шестнадцатеричной системы в десятичную

Для перевода шестнадцатеричного числа в десятичное необходимо это число представить в виде суммы произведений степеней основания шестнадцатеричной системы счисления на соответствующие цифры в разрядах шестнадцатеричного числа.

Например, требуется перевести шестнадцатеричное число 5A3 в десятичное. В этом числе 3 цифры. В соответствии с вышеуказанным правилом представим его в виде суммы степеней с основанием 16:

$$5A3_{16} = 3 \cdot 16^0 + 10 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^2 = 3 \cdot 1 + 10 \cdot 16 + 5 \cdot 256 = 3 + 160 + 1280 = 1443_{10}$$

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
2	0	2	4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E
3	0	3	5	6	C	F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D
4	0	4	8	C	10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C
5	0	5	A	F	14	19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B
6	0	6	C	12	18	1E	24	2A	30	36	3C	42	48	4E	54	5A
7	0	7	E	15	1C	23	2A	31	38	3F	46	4D	54	5B	62	69
8	0	8	10	18	20	28	30	38	40	48	50	58	60	68	70	78
9	0	9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51	5A	63	6C	75	7E	87
A	0	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64	6E	78	82	8C	96
B	0	B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79	84	8F	9A	A5
C	0	C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90	9C	A8	B4
D	0	D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9	B6	D2

Упражнение 1

Укажите правильный или неправильный ответ

	Правильно	Неправильно
Шестнадцатеричная система счисления — позиционная система счисления по целочисленному основанию ABC		
В математике основание системы счисления принято указывать в десятичной системе в нижнем индексе		
Числа в шестнадцатеричной системе используют в три раза больше разрядов, чем в двоичной системе		
В качестве шестнадцатеричных цифр используются десятичные цифры от 0 до 9 латинские буквы		
Шестнадцатеричная система счисления широко используется в низкоуровневом программировании и компьютерной		

Упражнение 2

Дополните предложения, перетаскивая слова из ячеек

_____ система счисления — это позиционная система с основанием 16.

_____ используют в СИ и языках схожего синтаксиса для записи шестнадцатеричных чисел.

_____ используется для записи шестнадцатеричных чисел в языках Паскаль и Бейсика

_____ способ записи чисел.

Шестнадцатеричная система счисления это позиционная система счисления которая, используется в низкоуровневом _____ и компьютерной документации.

Необходимые слова: префикс, система счисления, шестнадцатеричная префикс \$, программировании.

Тест

1. Шестнадцатеричное число 5A3 в двоичной системе счисления записывается как:

- A. 011101010101
- B. 010110100011
- C. 101010101010
- D. 10101

2. В каком языке для записи шестнадцатеричных чисел используют префикс 0x?

- A. Паскаль Бейсик
- B. В Си и языках схожего синтаксиса
- C. В Ада и VHDL
- D. В БЗ-34

3. В позиционной системе счисления с основанием q любое число может быть представлено в виде

- A. $A_q = \pm(a_n \times q^n + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_{-m} \times q^{-m})$
- B. $A_q = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \dots + a_{-m} \times q^{-m})$

C. $Aq = (a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \dots + a_{-m} \times q^{-m})$

D. $Aq = \pm(a_{n-1}/q^{n-1} + a_{n-2}/q^{n-2} + \dots + a_0/q^0 + a_{-1}/q^{-1} + \dots + a_{-m}/q^{-m})$

4. Перевести число 6112 из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную систему счисления:

- A. A68
- B. 17E0
- C. 76F
- D. B35

5. Результат перевода десятичного числа 154 в шестнадцатеричную систему счисления:

- A. 8F
- B. 9A
- C. 19
- D. 21

Глосарий

Система счисления – способ записи чисел с помощью заданного набора специальных знаков.

Байт – это цифровое слово, состоящее из 8 бит

Шестнадцатеричная система счисления – позиционная система счисления по целочисленному основанию 16.

Number system

Binary numeral system

The binary or base-2, numbering system is based on the same principles as the decimal or base – 106 numbering system, with which we are already familiar. The only difference between the two numbering systems is that binary uses only two digits. 0 and 1, and the decimal numbering system uses 10 digits, 0 through 9. The equivalents for binary, decimal, and hexadecimal numbers are shown in Figure1.

Binary (base 2)	Decimal (base 10)	Hexadecimal (base 16)
0	0	0
1	1	1
10	2	2
11	3	3
100	4	4
101	5	5
110	6	6
111	7	7
1000	8	8
1001	9	9
1010	10	A
1011	11	B
1100	12	C
1101	13	D
1110	14	E
1111	15	F
10000	16	10

The value of a given digit is determined by its relative position in a sequence of digits. Consider the example in Figure2. If we want to write the number 124 in decimal6 the interpretation is almost automatic because of our familiarity with the decimal numbering system. To illustrate the underlying concepts, lets give Ralph, a little green two-fingered Martian, a bag of 124 (decimal) marbles and ask him to express the number of marbles in decimal. Ralph, who is more familiar with binary, would go through the following thought process (see Figure2).

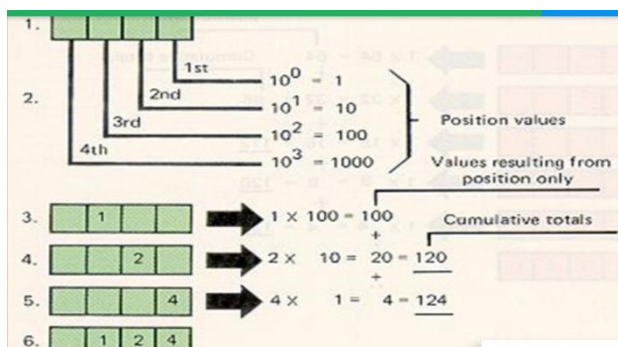
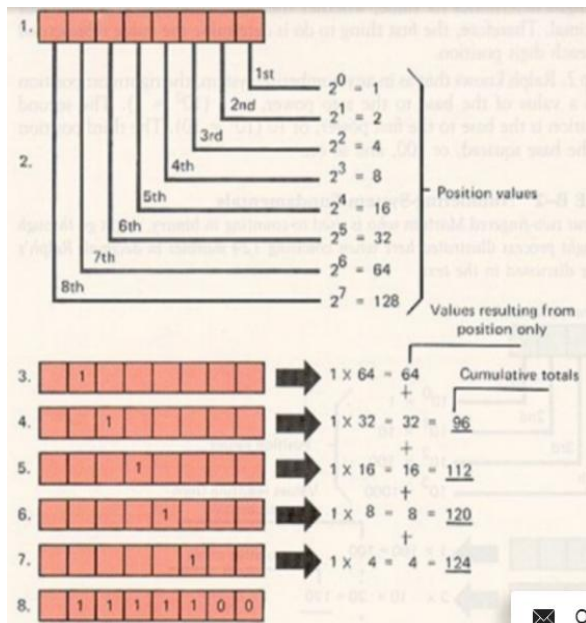


Figure 2 Numbering System Fundamentals

Ralph would go through the same thought process if asked to represent the 124 (decimal) marbles using the binary numbering system (see Figure 3.) To make the binary conversion process easier to follow, the computations in Figure 3 are done in the more familiar decimal numbering system. See if you can trace Ralphs

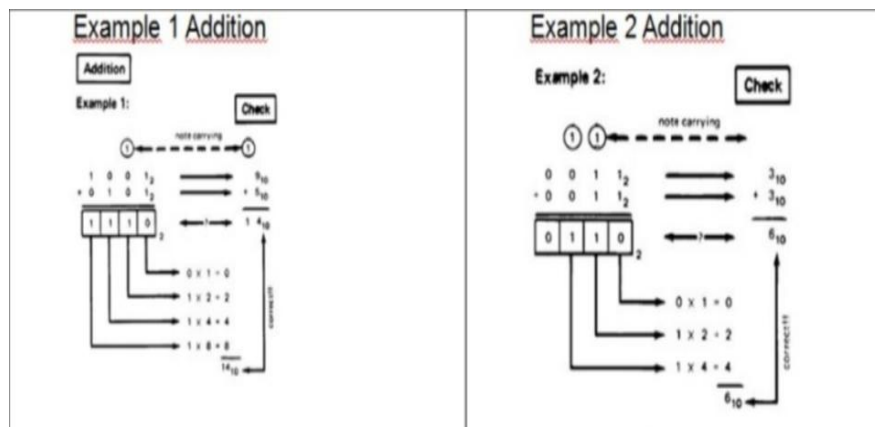


steps as you work through Figure 3.

Figure 3 Representing a Binary Number

To represent 124 marbles in binary, we would follow the same thought process as we would in decimal, but this time we have only two digits (0 and 1). For ease of understanding, the arithmetic is done in decimal.

Examples of binary arithmetic



- D. 3
2. Number 1002 may belong to the following positional number systems, except
- A. Binary
 - B. Octal
 - C. Decimal
 - D. Hex
3. Convert the binary number 1011101 to decimal
- A. 90
 - B. 102
 - C. 93
 - D. 63
4. Calculate the sum of the following numbers: $11110_2 + 01101_2$
- A. 11101_2
 - B. 11011_2
 - C. 11000_2
 - D. 101011_2
5. Calculate the difference of the following numbers $101112 - 10012$
- A. 1002
 - B. 1110
 - C. 1100
 - D. 10111

Glossary

Binary – has two components or possible states.

Binary code – is a system for representing things by combinations of two symbols, such as one and zero, True and False, or the presence or absence of voltage.

Binary numeral system – is a number system that uses two as its base and expresses numbers as strings of zeros and ones.

Boolean algebra – is a method for expressing the logical relationships between entities such as propositions or on-off computer circuit invented by the 19th Century English mathematician George Boole.

Bit – is the smallest unit of information in a computer equivalent to a single zero or one.

Byte – is a sequence of bits, usually eight, treated as a unit for computation or storage.

Digits – symbol of the alphabets

The number system – is a way of writing numbers with a given set of special characters.

Octal numeral system

In the octal number system, the alphabet consists of the following numbers 0,1,3,4,5,6,7. The base of the number system -8 is appropriate. All basic arithmetic operations in the spatial system are performed similarly to the well-known decimal number system. In various programming languages, octal numbers start at 0, for example, a record in binary 1012 in octal will mean 5_8

The number 1, indicated in the youngest digit, means —as well as a decimal number — just one. The same digit 1 in the next digit means 8, in the next 64, and so on. The number 100 (octal) is none other than 64 (decimal). To translate into a binary system, for example, the number 611 (octal), each digit must be replaced by an equivalent binary triad (triple digit). It is easy to guess that in order to convert a multi-valued binary number into the octal system, it is necessary to split it into triads from right to left and replace each triad with the corresponding octal digit.

The numbers in this system are three times less than the digits than in the binary system (because the number $8 = 2^3$).

The octal system is often used in areas related to digital devices. Characterized by easy conversion of octal numbers to binary and vice versa, by replacing octal numbers with triplets of binary ones. Earlier it was widely used in programming and in general in computer documentation, however now it is almost completely superseded by hexadecimal number system.

Table of addition in octal number system:

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

Add numbers $6354_8 + 705_8$:

$$\begin{array}{r}
 6354_8 \\
 + 705_8 \\
 \hline
 7261_8
 \end{array}$$

$4+5=9=1*8+1$
 $5+0+1=6$
 $3+7=10=1*8+2$
 $6+1=7$

Answer: 7261_8

Octal subtraction

Perform subtraction $6354_8 + 705_8$

6	3	5	4
-	7	0	5
1	1		
5	4	4	7

4<5, занимаем 1 в предыдущем разряде
 $8+4-5=12-5=7$
 От 5 осталось 5-1=4, 4-0=4
 3<7, занимаем 1 в предыдущем разряде
 $8+3-7=11-7=4$
 6-1=5

Answer: 5447_8

Multiplication table in octal number system

x	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

Table converting octal numbers to binary

$0_8 = 000_2$

$1_8 = 001_2$

$2_8 = 010_2$

$3_8 = 011_2$

$4_8 = 100_2$

$5_8 = 101_2$

$6_8 = 110_2$

$7_8 = 111_2$

To convert an octal number to binary, you must replace each digit of the octal number with a triple of binary digits.

For example:

$2541_8 = [2_8 | 5_8 | 4_8 | 1_8] = [010_2 | 101_2 | 100_2 | 001_2] = 010101100001_2$

In the program for the explicit indication of the octal number, the prefix 0 (zero) is used. For example: 022.

To convert an octal number to decimal, it is necessary to write it in the form of a polynomial consisting of the product of the digits of the number and the corresponding

When translating, it is convenient to use the power-eight table:

Table. Degrees of 8

n (степень)	0	1	2	3	4	5	6
8^n	1	8	64	512	4096	32768	262144

Example:

Translate the number 75013_8 from octal to the decimal number system.

The number consists of 5 digits, therefore, to translate into the decimal number system, we write from right to left 5 degrees of the number 8 (from 0 to 4):

$$8^4 \quad 8^3 \quad 8^2 \quad 8^1 \quad 8^0$$

$$4096 \quad 512 \quad 64 \quad 8 \quad 1$$

Under the powers, we write the digits of the octal number from left to right:

$$4096 \quad 512 \quad 64 \quad 8 \quad 1$$

$$7 \quad 5 \quad 0 \quad 1 \quad 3$$

Now multiply each digit by the corresponding degree of eight and find the sum of the products:

$$75013_8 = 7 \cdot 8^4 + 5 \cdot 8^3 + 0 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = 31243_{10}$$

Exercise 1

Specify the correct or incorrect answer.

	True	False
All basic arithmetic operations in the octal system are performed similarly to the well-known decimal number system.		
Numbers in this system use three times less digits than in the binary system.		
The number 128 is written in octal notation.		
The following arithmetic operation was performed in the 8th number system: $4 * 2 = 10$.		
$7_8 = 110_2$		

Exercise 2

Complete sentences by dragging words from cells

_____ is the digit of the number.

_____ number systems are the alphabet.

_____ - is a way to display numbers and the rules for action on them.

_____ number system is a positional number system with a base of 8.

_____ The octal number system is an ordered collection of the following numbers 0,1,2,3,4,5,6,7.

The power of the alphabet is _____ numbers in it.

Practical task

1. Perform the addition of the numbers 2563_8 and 4731_8 in an octal number system.

$$\begin{array}{r} 2\ 5\ 6\ 3_8 \\ +\ 4\ 7\ 3\ 1_8 \\ \hline \end{array}$$

Diagram illustrating the addition of 2563_8 and 4731_8 in the octal system, showing the carry-over process:

- $3 + 1 = 4$
- $6 + 3 = 9 = 1 \cdot 8 + 1$
- $5 + 7 + 1 = 13 = 1 \cdot 8 + 5$

7514_8

2. Perform the subtraction of the numbers 7154_8 and 6338_8 in the octal number system.

$$\begin{array}{r} 7\ 1\ 5\ 4_8 \\ -\ 6\ 3\ 3_8 \\ \hline \end{array}$$

Diagram illustrating the subtraction of 6338_8 from 7154_8 in the octal system, showing the borrowing process:

- $4 - 3 = 1$
- $5 - 3 = 2$
- $1 - 3$ requires borrowing 1 from the next higher digit (7), making it $8 + 1 - 6 = 3$
- $7 - 1 = 6$

Result: 6321_8

3. Perform the multiplication of the numbers 256_8 and 134_8 in the octal number system. To do this, you can use the octal multiplication table:

x	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

- 1) We write the numbers and a column, one under the other.
- 2) Multiply in succession all the digits of 2568 by the lowest digit of 1348, i.e. on the number 4, recording the result at the bottom, under the factors, starting with the lower digits and taking into account the transfer value from the previous discharge.
- 3) In the same way, we sequentially multiply all digits of 2568 to the next digit of 1348, recording the result below, under the factors, shifting one digit to the left and taking into account the transfer value from the previous discharge, etc.
- 4) Add the resulting octal numbers.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 2\ 5\ 6_8 \\
 * \quad 1\ 3\ 4_8 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \begin{array}{r}
 \quad \quad 3\ 0 \\
 + \quad 2\ 4 \\
 \hline
 \quad 1\ 0 \\
 \hline
 \quad 1\ 2\ 7\ 0 \\
 + \quad 2\ 2 \\
 \quad 1\ 7 \\
 \quad 6 \\
 \hline
 \quad 1\ 0\ 1\ 2 \\
 \quad 2\ 5\ 6 \\
 \hline
 1270+1012+256= \quad 3\ 7\ 2\ 1\ 0_8
 \end{array}
 \end{array}$$

Result: 37210_8

Test

1. In which number system can the number 302 be written?

- A. Binary and octal
- B. In octal and decimal
- C. At the ternary
- D. In binary

2. What is the sum of the decimal numbers 7 and 3 in the octal number system:

- A. 12
- B. 14
- C. 10
- D. 11

3. How do you enter the decimal number 64 in the octal number system

- A. 120
- B. 100
- C. 210
- D. 80

4. What is the minimum base should have a number system, if it can be written number 423,231,112,341

- A. 5
- B. 8
- C. 3
- D. 4

5. The result of the subtraction: 228-38

- A. 18
- B. 16
- C. 17
- D. 13

Glossary

The octal number system- is a positional number system with a base of 8.

The base of the number system- is the number of characters used to write numbers.

The prefix- is a symbol denoting the beginning of the line. In programming, when recording octal numbers, the prefix 0 is used.

Discharge- is the position of the number in the number.

The number system- is a way to write numbers using a given set of special characters.

A triplet or a triad- is three digits of a binary number. When converting a number from binary to octal, the binary number is divided into triads, starting with the least significant digit.**ERAL SYSTEM**

Decimal numeral system

We are using the decimal number system. She came from India, where she appeared no later than VI. AD

Consider three numbers: 153,531,315. They are different, although the same figures are involved in them. Records differ in the arrangement of figures, in other words, in what position a given figure takes. Hence the name of such a system is a positional system.

In the first number, 153 units are not just one, but one hundred. The five is multiplied by ten, respectively, but the troika is. In other words, the number 153 can be written as:

$$153=100+50+3.$$

Or

$$153=1 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 3 \times 10^0.$$

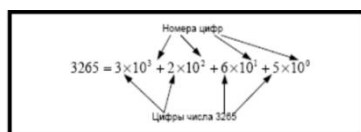
For reference: take any non-zero number, for example:

$$2^0=1; 10^0=1; 8^0=1.$$

$$2^1=0,5; 10^2=0,01; 8^1=0,125.$$

We write in the form of the sum another number, for example 3265, and consider it carefully. Among the 3265 there are 5 units, 6 dozen, 2 hundreds and 3 thousand. We number each digit in the number from right to left, starting the numbering from zero. The digit 5 will receive the number 0, the digit 6-number 1,2-number 2,3-number 3.

These numbers are indications of the powers of 10 in the following entry



Obviously, a decimal number of 10 and its degree: 10,100,1000, and they play a special role. What does the score look like in the decimal system?

$$0,1,2,3,\dots \dots, 9,10 \dots$$

Please note: as soon as we didn't have enough numbers, a unit appeared in the high-order category, the tens-level and zero in the low order.

We received the first power of the number 10 - the base of the decimal system. The numbers began to consist of two digits. Looking further, we act similarly:

$$\dots 97,98,99,100, \dots$$

$100 = 10^2$ is the second power of 10. The numbers have become three-digit. And so on.

The basis of the positional number system is the number of different characters or symbols that are used in this system to represent numbers. In the decimal numbering system, the base is equal to 10; it uses ten numbers from 0 to 9.

To record a mixed number, that is, a number consisting of the whole and fractional parts, the negative powers of the number 10 are used.

Consider, for example, the number 333.3. The number 3 carries a different load depending on the place of its position. The first three means 3 hundreds, the second - 3 ten, the third - 3 units, the last - 3 tenths of a unit, etc.

And the number 333.3 itself is a shortened notation of the following expression:

$$333,3=300+30+3+0,3=3*10^2+3*10^1+3*10^0+3*10^{-1}$$

In the generally accepted decimal numbering system, only ten numbers are used: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9. But in the history of mankind there were other systems: duodecimal, hexadecimal. Defeated decimal. Maybe because man has ten fingers that he used for counting. For example, in the octal system, the powers of the number 8 will play a special role, in the binary-power of the number 2. so how exactly will they be the bases of these number systems. Specify the correct or incorrect answer. The decimal number system came from India. To write fractional numbers in the decimal system, no negative powers of 10 are used.

In the conventional decimal number system, the following numbers are used: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10.

In positional number systems, the weight of each digit varies depending on its position in the number record.

The decimal number system appeared no later than the 6th century AD.

Exercise1

Complete the sentences by dragging words from the cells.

_____ The number system is a positional system with a base of 10.

_____ number system is a number system in which, when writing a number, each digit has a position

_____ number system is a number system in which when writing the number the numbers do not have a position, and the number is formed by adding and subtracting the values of special characters.

The decimal number system is associated with the score on the fingers and this system appeared in _____

_____ number system is the number of characters used in this number system.

Test

1. The decimal system uses the numbers _____

- A. 0 to 9
- B. 1 to 9
- C. 1 to 19
- D. 0 to 8

2. 5 units, 6 dozen, 3 hundreds and 2 thousand are among the _____

- A. 3625
- B. 2653
- C. 2365
- D. 5623

3. The number 365 is an abbreviated notation of the following expression:

- A. $1 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 3 \times 10$
- B. $3 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 5 \times 10$
- C. $6 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 3 \times 10$
- D. $5 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 3 \times 10$

4. The specified unfolded form: $4 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-2}$ is:

- A. 53,435
- B. 35,784
- C. 784.35
- D. 487.53

5. Numbers 100, written in the approximate numeral system, in the decimal system will be equal to:

- A. 120
- B. 64
- C. 210
- D. 80

Glossary

The decimal number system -is a positional number system with a base of 10.

The basis of the positional number system- is the number of different characters or symbols that are used in this system to represent numbers.

Positional number system- is a number system in which each number has a position when writing a number.

Mixed number- is a number consisting of whole and fractional parts.

Hexadecimal numeral system

Basic formula

In the positional number system with base q , any number can be represented as:

$$Aq = \pm(a_{n-1} * q^{n-1} + a_{n-2} * q^{n-2} + \dots + a_0 * q^0 + a_{-1} * q^{-1} + \dots + a_{-m} * q^{-m})$$

Here:

A is a number;

q - the base of the number system;

a_i - digits belonging to the alphabet of this number system;

n is the number of integer digits of the number;

m is the number of fractional digits of the number;

q_i is the weight of the i -th digit

This record number is called the expanded form of the record.

Expanded entry form:

$$Aq = \pm(a_{n-1} * q^{n-1} + a_{n-2} * q^{n-2} + \dots + a_0 * q^0 + a_{-1} * q^{-1} + \dots + a_{-m} * q^{-m})$$

Examples of entries in expanded form:

Reason: $q = 16$.

Alphabet: 0.1.2.3.4.5.6.7.8.9. A..B.C.E.D.F $3AF_{16} = 3 * 16^2 + 10 * 16^1 + 15 * 16^0 = 768 + 160 + 15 = 943_{10}$.

We translate the decimal number 154 to hexadecimal number system

$$2012 = 2 * 10^3 + 0 * 10^2 + 1 * 10^1 + 2 * 10^0$$

$$0.125 = 1 * 10^{-1} + 2 * 10^{-2} + 5 * 10^{-3}$$

$$14351.1 = 1 * 10^4 + 4 * 10^3 + 3 * 10^2 + 5 * 10^1 + 1 * 10^0 + 1 * 10^{-1}$$

Hexadecimal numbering system (hexadecimal numbers) - positional numbering system by integer base 16. Usually, hexadecimal digits use decimal digits from 0 to 9 and Latin letters from A to F.

Conversion of numbers from hexadecimal to decimal
To convert a hexadecimal number to decimal, this number must be represented as the sum of the products of the degrees of the base of the hexadecimal number system by the corresponding digits in the hexadecimal digits. For example, you want to convert the hexadecimal number 5A3 to decimal. In this number 3 digits. In accordance with the above rule, we will present it as a sum of degrees with a base of 16:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
2	0	2	4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E
3	0	3	5	6	C	F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D
4	0	4	8	C	10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C
5	0	5	A	F	14	19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B
6	0	6	C	12	18	1E	24	2A	30	36	3C	42	48	4E	54	5A
7	0	7	E	15	1C	23	2A	31	38	3F	46	4D	54	5B	62	69
8	0	8	10	18	20	28	30	38	40	48	50	58	60	68	70	78
9	0	9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51	5A	63	6C	75	7E	87
A	0	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64	6E	78	82	8C	96
B	0	B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79	84	8F	9A	A5
C	0	C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90	9C	A8	B4
D	0	D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9	B6	D2

$$5A316 = 3 * 160 + 10 * 161 + 5 * 162 = 3 * 1 + 10 * 16 + 5 * 256 = 3 + 160 + 1280 = 144310$$

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D

Exercise 1

Choose True or False

	True	False
Hexadecimal number system - positional number system on the ABS integer base		
In mathematics, the base of the number system is usually indicated in the decimal system in the subscript		
Numbers in the hexadecimal system use three times as many digits as in the binary system.		
Decimal digits from 0 to 9 letters are used as hexadecimal digits.		
Hexadecimal notation is widely used in low-level programming and computer documentation.		

Exercise 2

Drag and drop missed words from the boxes

_____ number system is a positional system with a base of 16.

_____ is used in SI and languages with similar syntax for writing hexadecimal numbers.

_____ is used to write hexadecimal numbers in Pascal and BASIC

_____ is a way to write numbers.

Hexadecimal number system is a positional number system which is used in low-level _____ and computer documentation.

Required words: prefix, numeral system, hexadecimal prefix \$, programming.

Test

1. The hexadecimal number 5A3 in binary number system is written as:
 - A. 011101010101
 - B. 010110100011
 - C. 101010101010
 - D. 10101
2. In what language do they use the prefix 0x to write hexadecimal numbers?
 - A. Pascal Basic
 - B. In C and languages of similar syntax
 - C. To Helland VHDL
 - D. B3-34
3. In the positional numbering system by the soaking q , any number can be represented as
 - A. $Aq = \pm(a_n \times q^n + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_{-m} \times q^{-m})$
 - B. $Aq = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \dots + a_{-m} \times q^{-m})$
 - C. $Aq = (a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \dots + a_{-m} \times q^{-m})$
 - D. $Aq = \pm(a_{n-1}/q^{n-1} + a_{n-2}/q^{n-2} + \dots + a_0/q^0 + a_{-1}/q^{-1} + \dots + a_{-m}/q^{-m})$
4. To convert the number 6112 from the decimal number system to the hexadecimal number system:
 - A. A68
 - B. 17E0
 - C. 76F
 - D. B35

5. **The result of converting the decimal number 154 to the hexadecimal number system:**

- A. 8F
- B. 9A
- C. 19
- D. 21

Glossary

Number system - a way to write numbers using a given set of special characters.

Byte is a digital word consisting of 8 bits.

The hexadecimal number system- is a positional number system for an integer base 16.

ПАЙДАЛАНҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1. Ермеков Н. Информатика 8 сынып: оқулық.-А. :Жазушы, 2002ж
2. Халықова К.З «Информатиканы оқыту әдістемесі» -Алматы, 2000 ж.
3. Г.Ә. Жапарова «Информатика негіздері» Алматы, 2006ж.
4. Халықова К.З «Информатиканы оқыту әдістемесі» - Алматы, Білім, 2000 ж.
5. Қойбағарова Т.Қ., Ельтинова Р.А. Информатиканы оқыту әдістемесі: Оқу құралы, 1- бөлім. ПМПИ, 2013 ж
6. Қойбағарова Т.Қ., Ельтинова Р.А. Информатиканы оқыту әдістемесі: Оқу құралы, 2- бөлім. ПМПИ, 2013 ж
7. Байжуманов М. Қ. Информатика. Оқу құралы. Астана, 2004ж
8. Ермеков Н.Т. Информатика элементтері. Астана: Фолиант, 2007ж
9. <https://bilimland.kz/kk/courses/informatika-kk/8-synyp/lesson/sanaudyng-ekilik-zhujesi-ekilik-sanau-zhujesi>
10. <https://bilimland.kz/ru/courses/informatika-ru/8-klass/lesson/dvoichnaya-sistema-schisleniya>
11. <https://bilimland.kz/en/courses/computer-science/8th-grade/lesson/binary-numeral-system>